შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 46-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისთვის

მაგიდა N 14

22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF 206

ამოცანა N 1

გვერდი N 1

$\rho_1 = 1.72 \cdot 10^{-8}$	$\rho_2 = 1 \cdot 10^{-7}$
I	II

გავიხსენოთ ომის კანონი ლოკალური ფენისათვის. $\frac{I}{S} = \frac{E_0}{\rho_0}$

I ფენისათვის: $\frac{I_1}{S} = \frac{E_1}{\rho_1}$

II-სათვის: $\frac{I_2}{S} = \frac{E_1}{\rho_2}$ (სადაც $I_1 = I_2$)

ანუ როგორც ნახაზზე განსხვავებული ელ. ველი გვაქვს, ეს გამოწვეულია შეხების ზედაპირზე არსებული მუხტებისგან.

გავიხსენოთ გაუსის თეორემა ზედაპირული სიმკვრივისათვის: $\frac{q}{S} = 2\varepsilon_0 \left(\frac{I_0}{S} \rho_2 - \frac{I \rho_1}{S} \right)$

$$q = 2\varepsilon_0 I (\rho_2 - \rho_1) = 4.89 \cdot 10^{-15} \text{ კ}$$

2.1.1) ვინაიდან β მცირეა, ამიტომ დავუშვათ, რომ წნევა წრფივად იცვლება სიღრმის მიხედვით. ამავე დაშვებიდან გამომდინარე ვიტყვი, რომ სიღრმეში იქნება საშუალო წნევა რომელიც არის

$$p = \frac{\rho g H}{2}.$$

ანუ მივიღებ: $\Delta V = -\beta \cdot V_0 \cdot \frac{\rho g H}{2}$

$$\Delta V = S \cdot \Delta h$$
$$V_0 = S \cdot H$$

$$\Delta h = -\frac{\beta \rho g \cdot H^2}{2} \approx 50 \text{ მ}$$

2.1.2

განვიხილოთ m მასის წყლის ნაწილი.

ρ_0-ს შემთხვევაში $m = \rho_0 \cdot V$

ρ-ს შემთხვევაში: $m = \rho(V - \Delta V)$

ანუ $\rho = \rho_0 \cdot \frac{V}{V-\Delta V} = \rho_0 \frac{1}{1-\frac{\Delta V}{V}} \approx \left(1+\frac{\Delta V}{V}\right)\rho_0 =$

$$= \rho_0\left(1 + \frac{\beta \cdot V \cdot p}{V}\right) \approx \rho_0(1 + \beta \cdot \rho_0 g h)$$

$$\eta = \frac{\rho_\bullet - \rho_0}{\rho_0} = \beta \rho_0 g H = 0.047 = 4.7\%$$

მაგიდა N 24 | 22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF | 206

ამოცანა N 2 | გვერდი N 2

2.1.3

$$dp = \rho g\, dh = \rho_0 g \cdot dh(1 + \beta \rho_0 g h)$$

ვიღებთ:

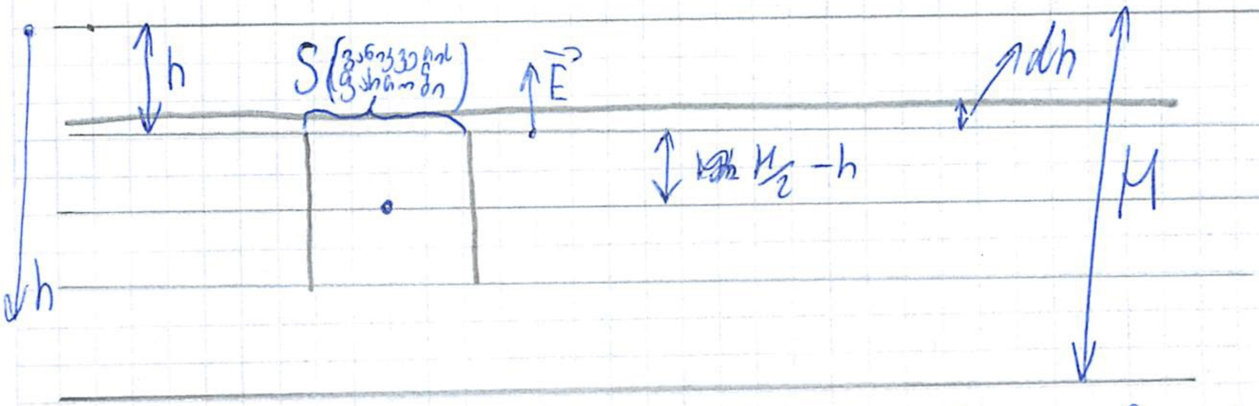
$$p = \rho_0 g h\left(1 + \frac{\rho_0 g \beta h}{2}\right) + p_0$$

2.1.4

იმისათვის, რომ იყოს წონასწორობაში, მისი სიმკვრივე უნდა უდრიდეს გარემომცველი წყლის სიმკვრივეს:

$$\rho_1 = \rho_0(1 + \beta \rho_0 g h_1) \approx 1{,}02 \cdot 10^3 \text{ კგ/მ}^3$$

2.2.2



ვიპოვოთ ელ. ველი სიღრმეზე დამოკიდებულად, ამისათვის დავწეროთ გაუსის თეორემა:

$$E \cdot S = \frac{\rho \cdot \left(2\left(\frac{H}{2}-h\right)\right) \cdot S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{2\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{H}{2}-h\right)$$

ახლა დავთვალოთ h სიღრმეზე ელ. ველის მიერ შექმნილი წნევა:

$$dP_{x} = \frac{F_{ელ}}{S} = -\frac{E\rho \cdot S \cdot dh}{S} =$$

$$= -\frac{2\rho^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{H}{2}-h\right) \cdot dh$$

$$P_{\text{ელ}} = \cancel{-\frac{\gamma^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{M}{2}-x\right)^2} - \frac{\gamma^2}{\varepsilon_0}(Mh-h^2)$$

სრულ წნევა $M/2$-ზე

$$P(h) = \rho g h - \frac{\gamma^2}{\varepsilon_0}(Mh-h^2) + P_0$$

2.2.2

~~[illegible]~~ სიღრმე მგონა მაქსიმალური, როცა ზედაპირი წონასწორობაშია, ანუ ზედაპირზე წნევაა 0.

$$P_0 - P_{\text{ელ}M} = 0$$

$$P_0 = \frac{\gamma^2}{\varepsilon_0}\cdot\frac{M_{max}^2}{4} \Rightarrow M_{max} = \frac{2\sqrt{P_0\varepsilon_0}}{\gamma}$$

1.1

$$X(t) = V_0 t \cdot \sin\alpha_0$$

$$Y(t) = V_0 t \cdot \cos\alpha_0 - \frac{gt^2}{2}$$

1.2

$$t = \frac{X(t)}{V_0 \cdot \sin\alpha_0}$$

$$Y(t) = X(t) \cdot ctg\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{X(t)}{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha_0}$$

1.3

$$H_{max} = Y\left(t = \frac{V_0 \cdot \cos\alpha_0}{g}\right) = \frac{V_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{2 \cdot g}$$

$$X_{max} = X\left(t = 2\frac{V_0 \cdot \cos\alpha}{g}\right) = V_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{2 \cdot V_0 \cdot \cos\alpha}{g} =$$

$$= \frac{V_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$$

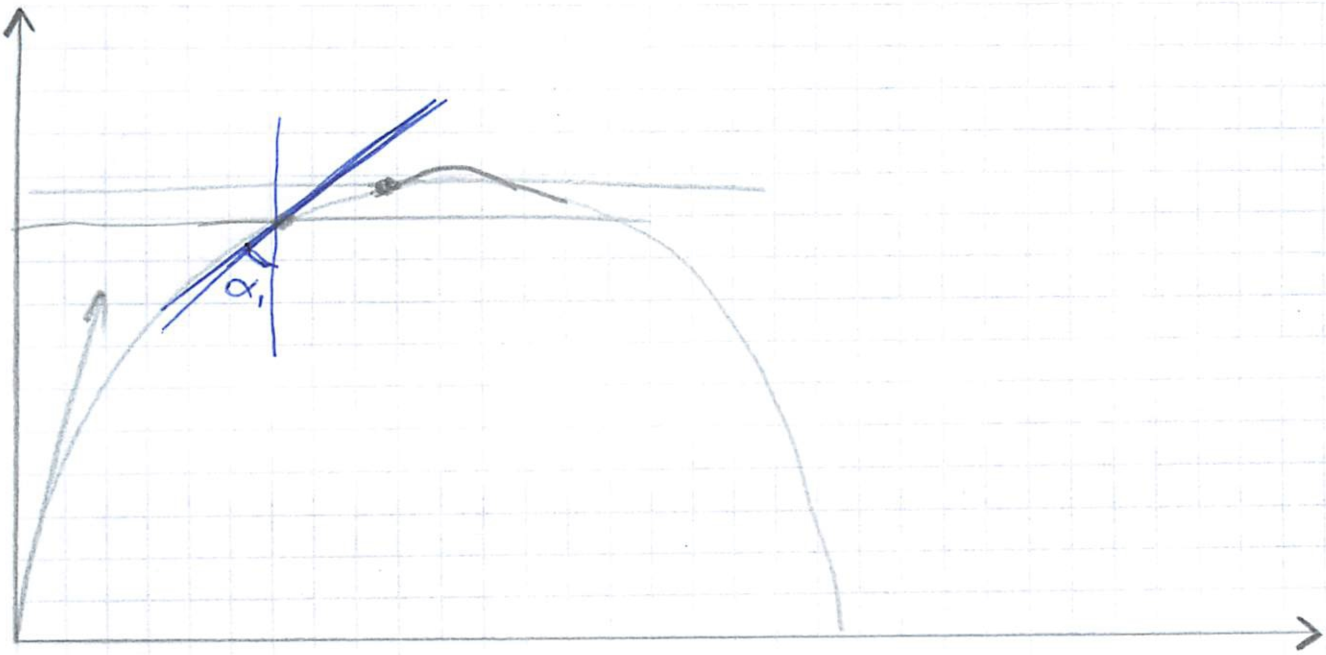
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 46-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისთვის

მაგიდა N 14 | 22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF | 206

ამოცანა N 3 | გვერდი N 2



$$\sin\alpha_1 = \frac{V_x}{V} = \frac{V_0\cdot\sin\alpha_0}{\sqrt{V_0^2 - 2gy}}$$

ადვილად მიიღება ენერგიის მუდმივობის კანონიდან

$$\sin\alpha_0 = \frac{V_x}{V_0}$$

ამ ორი განტოლების ერთმანეთზე გაყოფით ვიღებთ:

$$\sin\alpha_1\sqrt{V_0^2 - 2gy} = V_0\cdot\sin\alpha_0$$

აქედან:
$$f(y) = \sqrt{V_0^2 - 2gy} = V_0\sqrt{1 - \frac{2g}{V_0^2}\cdot y}$$

~~ეს ფუნქცია ... ~~

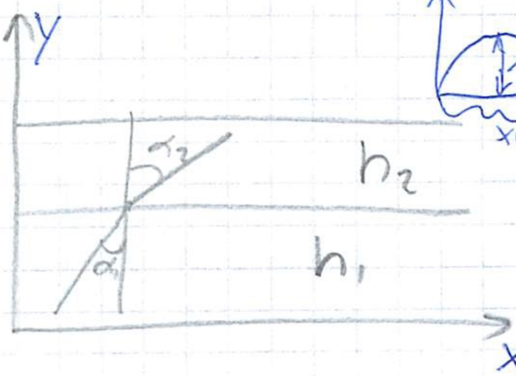
$$\cancel{f(y) = \sqrt{1 - \frac{2g}{V_0^2}y}}\ \text{~~ან ზოგადად~~}\ \cancel{C\sqrt{1 - \frac{2g}{V_0}y}}$$

~~სადაც~~ $\cancel{C \in R/\{0\}}$

მაგიდა N 14 | 22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF | 206

ამოცანა N 3 | გვერდი N 3

განვიხილოთ სხივის n_1 გარემოდან n_2 გარემოში გავლისას: და დავწეროთ გარდატეხის კანონი:



$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}=\frac{n_1}{n_2} \Longleftrightarrow n_2\cdot\sin\alpha_2=n_1\cdot\sin\alpha_1$$

ანუ $n\cdot\sin\alpha$ არის მუდმივი!!!

ანუ ცხადია:

$$n_0\cdot\sin\alpha_0=n_0\sqrt{1-\gamma y}\cdot\sin\alpha_y$$

ახლა კი შევადაროთ მექანიკას

$$\left\{\begin{array}{l}\sqrt{1-\gamma y}\cdot n_0\\ \sqrt{1-\frac{2g}{v_0^2}y}\cdot v_0\end{array}\right.$$

$v_0\longleftrightarrow n_0$

$\gamma\longleftrightarrow\frac{2g}{v_0^2}$ ასეა ანალოგიაში

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 46-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისთვის

მაგიდა N 14

22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF 206

ამოცანა N 3

გვერდი N 4

ახლა ეს ოპტიკის ამოცანა მთლიანად გადავიყვანოთ მექანიკის ამოცანაზე:

$$Y_{max} = \left(\frac{V_0^2}{2g}\right) \cdot \cos^2\alpha_0 = \frac{\cos^2\alpha_0}{\gamma}$$

$$X_{max} = \frac{V_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot \sin 2\alpha_0}{\gamma}$$

3.1

ნიუტონის მეორე კანონიდან:

$$\frac{mv^2}{r_0} = \frac{GMm}{r_0^2}$$

$$v_0^2 = \frac{GM}{r_0} = \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R^2}{r_0} = \frac{gR^2}{r_0}$$

$$v_0 = g\left(\frac{R}{v_0}\right)^2$$

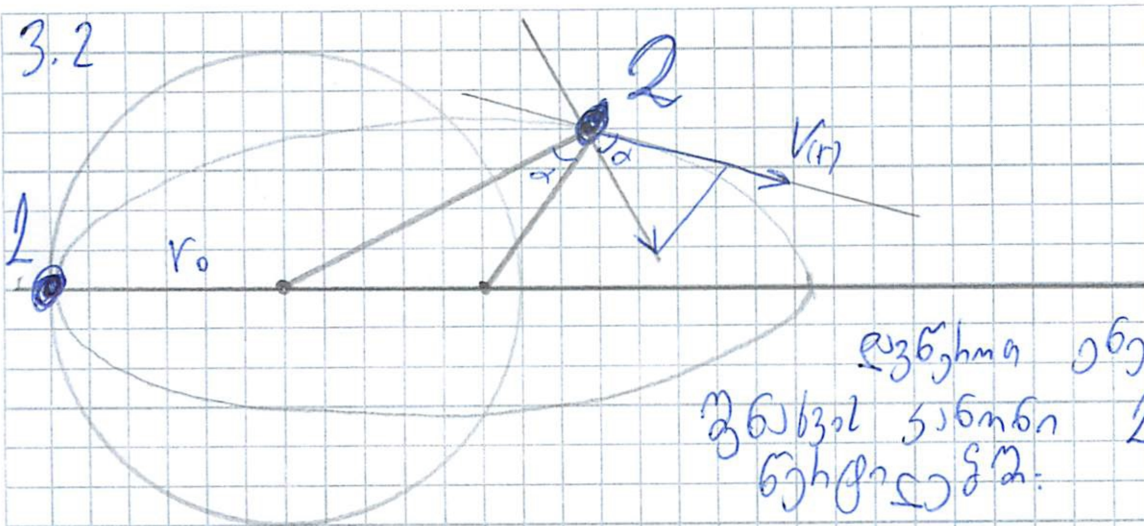
მაგიდა N 14

22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF 206

ამოცანა N 3

გვერდი N 6

3.2



დავწეროთ ენერგიის შენახვის კანონი 1 და 2 წერტილებში:

$$\frac{mV_0^2}{2}-\frac{GmM}{r_0}=\frac{m\cdot V(r)^2}{2}-\frac{GmM}{r}$$

$$(GM=gR^2)$$

$$V(r)=\sqrt{2gR^2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{g}\left(\frac{V_0}{R}\right)^2\right)}$$

3.3

$$\Delta V=V(r+\Delta r)-V(r)=\sqrt{2gR^2}\left(\sqrt{\frac{1}{r+\Delta r}-\frac{V_0^2}{gR^2}}-\sqrt{\frac{1}{r}-\frac{V_0^2}{gR^2}}\right)=$$

$$\approx\sqrt{2gR^2}\sqrt{\frac{1}{r}-\frac{V_0^2}{gR^2}}\cdot\left(\sqrt{\frac{(-\Delta r/r^2)}{\frac{1}{r}-\frac{V_0^2}{gR^2}}+1}-1\right)=$$

$$\approx\sqrt{2gR^2\left(\frac{1}{r}-\frac{V_0^2}{gR^2}\right)}\cdot\left(-\frac{\Delta r}{r-\frac{r^2V_0^2}{gR^2}}\right)$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 46-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისთვის

მაგიდა N 14 | **22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF** 206

ამოცანა N 3 | **გვერდი N** 7

$$\Delta V = -V(r)\cdot\frac{\Delta r}{r\left(1-\frac{rV_0^2}{gR^2}\right)}$$

3.4

~~ამ დროს~~ როცა თანამგზავრი ცენტრიდან r_0 მანძილზეა, მისი სიჩქარე მის და ცენტრის შემაერთებელ მონაკვეთის მართობულია. ამიტომ დავწეროთ იმპულსის მომენტის შენახვის კანონი:

$$m(V_0+\Delta V)(r_0-\Delta r) = mV_0r_0$$

$$1+\frac{\Delta V}{V}-\frac{\Delta r}{r}-\cancel{\frac{\Delta V\Delta r}{r_0V_0}}=1$$

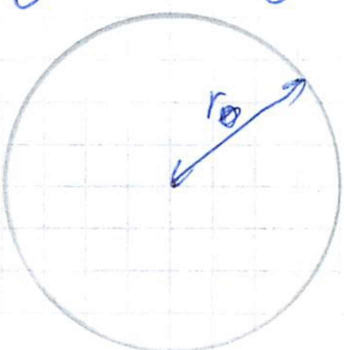
$$\frac{\Delta V}{\Delta r}=\frac{V_0}{r_0}$$

რ.დ.გ.

3.4

ამოცანის ამ ნაწილს აქვს ორი ამოხსნა, ერთი გეომეტრიული, მეორე იმის გათვალისწინებით, რომ სინათლე ყოველთვის ირჩევს ისეთ ტრაექტორიას, რომლის დროსაც მანძილს გადის მინიმალურ დროში.

ამოვხსნათ მეორით:



$$V = \frac{c}{n(r)} = \frac{c}{n_0(1-\gamma r)}$$

$$t = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi n_0}{c} \cdot (r - \gamma \cdot r^2)$$

$(r-\gamma r^2)$ მინიმალურია, როცა

$$r_0 = \frac{1}{2\gamma} \;//$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 46-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისთვის

მაგიდა N 14

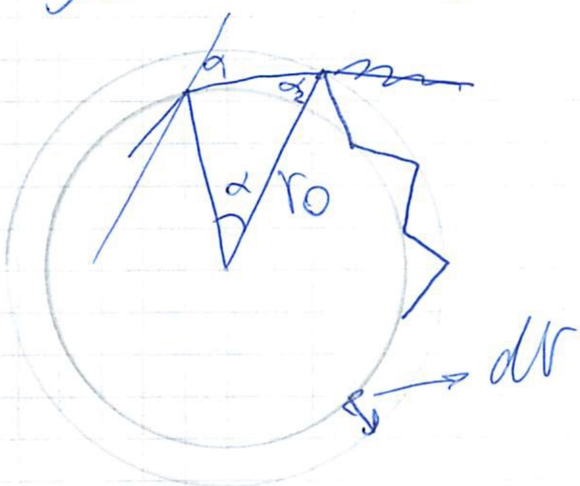
22.04.2015 ფიზიკა III ტური SRNSF

206

ამოცანა N 3

გვერდი N 9

გეომეტრიული გზა



~~ეს არ ვარგა~~

$$dr = r_0(1-\cos\alpha) = r_0\frac{\alpha}{2}$$

$$-\frac{\sin\alpha_2}{\sin 90^\circ} = \frac{\gamma(r+dr)}{1-\gamma r} - 1$$

$$\sin\alpha_1 = 1 - \frac{\gamma\cdot dr}{1-\gamma r}$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha$$

$$\frac{2\gamma\cdot dr}{1-\gamma r_0} = \alpha$$

$$\frac{\gamma\cdot r_0}{1-\gamma r_0} = 1 \Rightarrow \cancel{r_0 = \frac{1}{2\gamma}}$$